

9. En la figura 8,  $\overline{AB}$  es el diámetro de la semicircunferencia de centro  $O$ ,  $\overline{DC} \perp \overline{AB}$ , entonces ¿cuál(es) de las afirmaciones siguientes es(son) **siempre** correcta(s) ?

- I)  $x : z = z : y$   
 II)  $x : z = z : (x + y)$   
 III)  $x : y = y : z$

- A) Sólo I  
 B) Sólo II  
 C) Sólo III  
 D) Sólo I y II  
 E) Ninguna de ellas

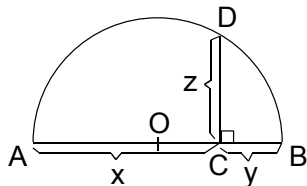


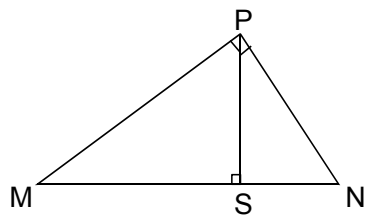
fig. 8

El alumno en primer lugar debe ser capaz de deducir que: al unir los puntos A, D y B se forma el  $\triangle ABD$  rectángulo en D, pues está inscrito en una semicircunferencia.

A continuación, tiene que comprobar cuáles de las tres proporciones que se muestran son verdaderas; para ello debe recordar la unidad de 3<sup>er</sup> Año de Enseñanza Media sobre la proporcionalidad en el triángulo rectángulo, relativo a la altura, enunciado en el Teorema de Euclides :

**“La altura correspondiente a la hipotenusa de un triángulo rectángulo es media proporcional geométrica entre las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa”.**

Lo anterior se explica de la siguiente manera: en el  $\triangle MNP$ , la altura correspondiente a la hipotenusa es  $\overline{PS}$ , la proyección del cateto  $\overline{MP}$  sobre la hipotenusa  $\overline{MN}$  es  $\overline{MS}$  y la proyección del cateto  $\overline{PN}$  sobre la misma hipotenusa es  $\overline{SN}$ , luego el teorema queda expresado como:



$$\overline{MS} : \overline{PS} = \overline{PS} : \overline{SN}$$

Aplicando esta sencilla relación se comprueba fácilmente que la primera afirmación es verdadera, es decir, con los datos de la figura se tiene:

$AC : CD = CD : CB$ , que traduciéndolo de otra manera corresponde a:

$x : z = z : y$ , luego la respuesta se encuentra en A, la cual es contestada sólo por el 16,8% del grupo que aborda el ítem. Analizando las otras dos proporciones se comprueba que no se cumplen.

En general, los problemas de geometría resultan difíciles para los estudiantes, en este caso, lo omitió el 56,3% y el 18% prefirió marcar la opción E indicando que no visualizan ninguna relación en la figura, o se inclinan por otra combinación que no se presenta en las opciones.

10. En la figura 9,  $O$  es el centro de la circunferencia y  $\triangle ABC$  es isósceles tal que  $\overline{AC} = \overline{BC}$ . Las medidas de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  se pueden determinar si :

- (1)  $\sphericalangle BOC = 140^\circ$   
 (2)  $\sphericalangle AOB = 80^\circ$

- A) (1) por sí sola  
 B) (2) por sí sola  
 C) Ambas juntas, (1) y (2)  
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)  
 E) Se requiere información adicional

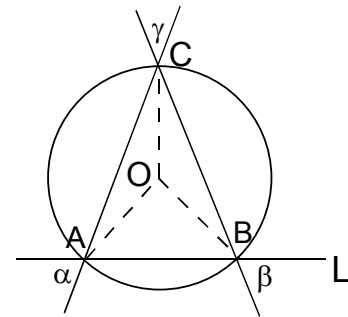


fig. 9

El contenido de esta pregunta está referido a criterios de congruencia de triángulos.

Es un ítem llamado de suficiencia de datos y que corresponde a las últimas 7 preguntas de la prueba. Recordemos que en este tipo de ejercicios no se le pide que dé la solución al problema, sino que el alumno debe decidir si con los datos proporcionados en el enunciado más los indicados en las afirmaciones (1) y/o (2) son suficientes para llegar a la solución pedida.

Al analizar los datos entregados en el enunciado, se puede determinar que  $\triangle AOC$  es congruente con  $\triangle BOC$  (por el criterio LLL), pues,

$$\overline{AC} = \overline{BC} \text{ (por el enunciado) y } \overline{OC} = \overline{OA} = \overline{OB} = \text{radio.}$$

Luego cada uno de estos triángulos señalados son isósceles de bases  $\overline{AC}$  y  $\overline{BC}$ , respectivamente y en donde los ángulos basales son todos iguales entre sí :

$$\sphericalangle ACO = \sphericalangle OAC = \sphericalangle OCB = \sphericalangle OBC$$